

ГЕОМЕТРИЯ В КОМПЬЮТЕРНЫХ ПРИЛОЖЕНИЯХ

Лекция 1: Введение

Богачев Николай Владимирович

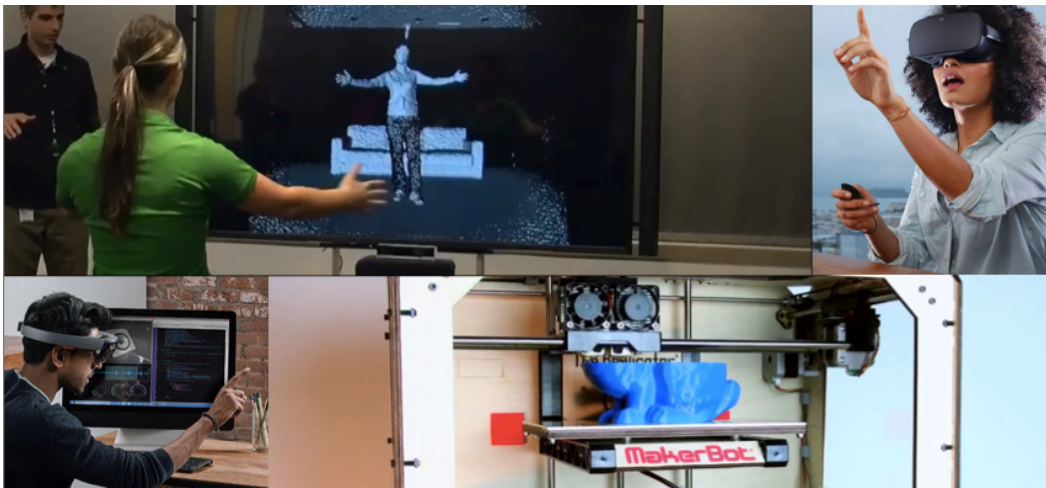
1 сентября 2021

MIPT & Skoltech

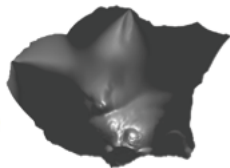
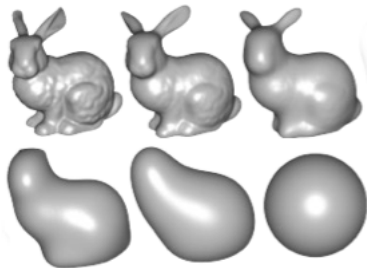
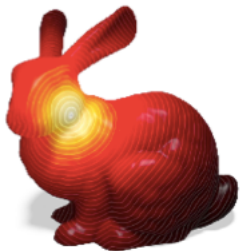
Введение

О чем вообще идёт речь?

Геометрия повсюду!



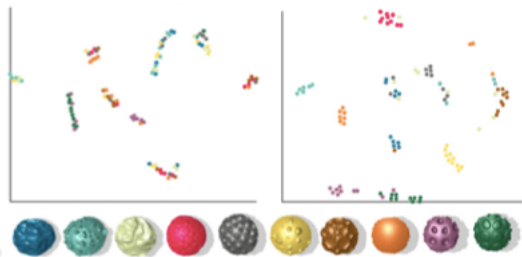
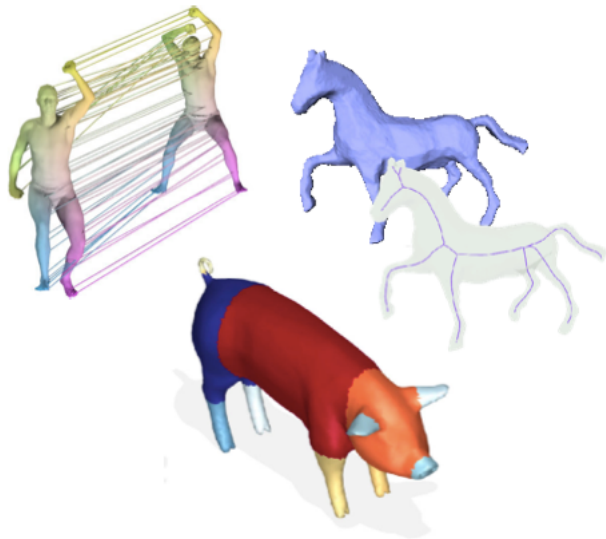
Приложения: Geometry Mesh Processing



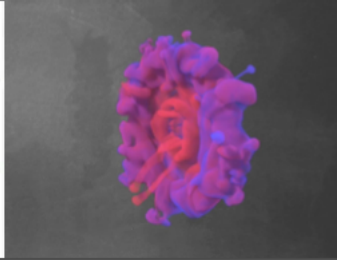
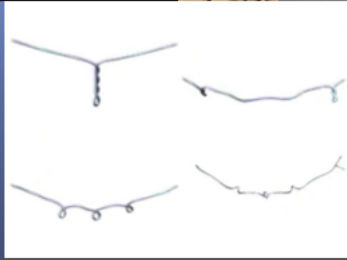
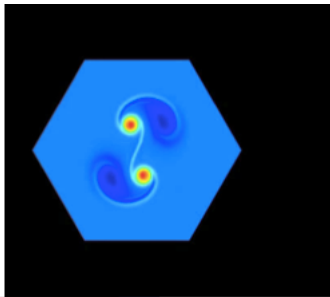
Приложения: Мультимедиа



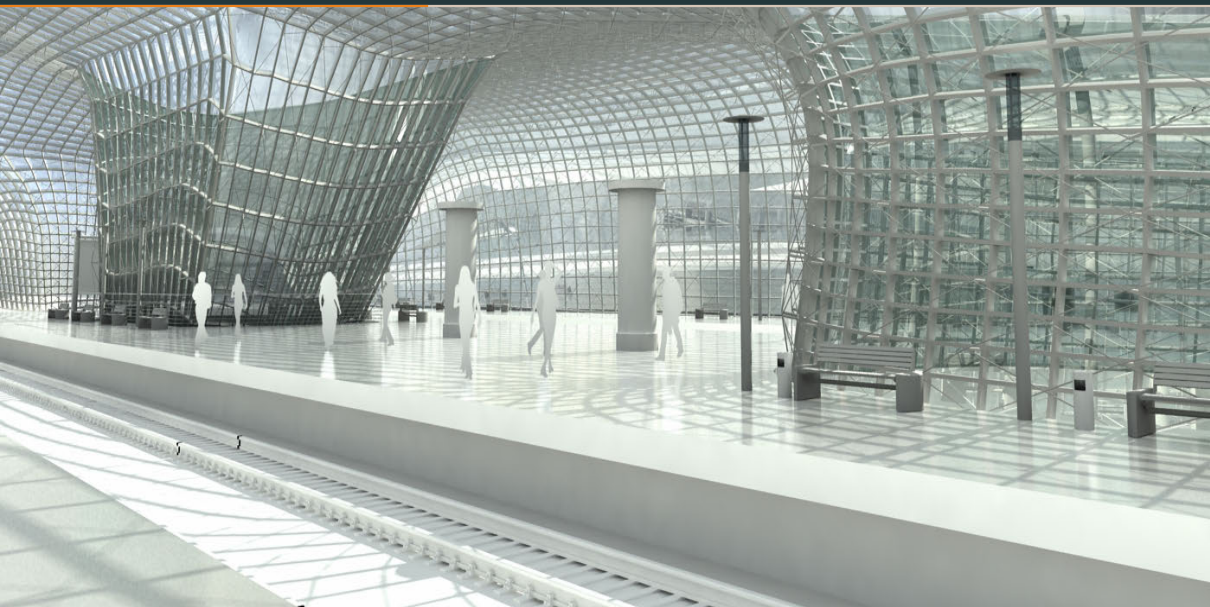
Приложения: анализ форм и изображений



Приложения: симуляции



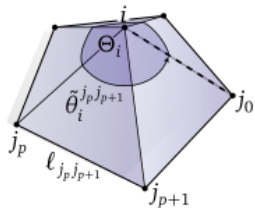
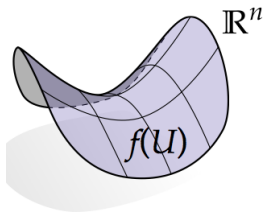
Приложения: архитектура и дизайн



Основные цели курса:

Как можно думать о геометрических формах и объектах:

- математически
(дифференциальная
геометрия)
- как о дискретных
структурах и сетках
(дискретная
дифференциальная
геометрия)



Основные цели курса:

- Помогаем компьютерам!
- **Центральная идея:** Гладкое VS. Дискретное

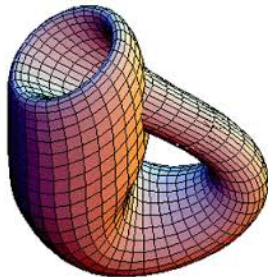
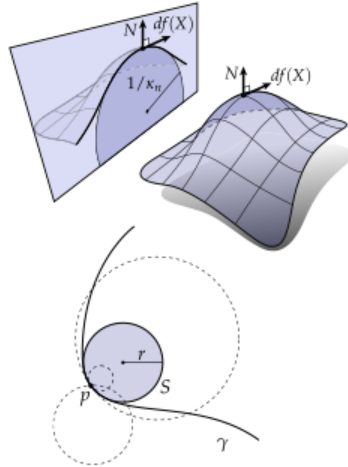


Рис. 1: Поверхность Боя, Обервольфах, Германия и бутылка Клейна

Развитие геометрии

Дифференциальная геометрия – вплоть до 20 века

- Локальные свойства формы
 - Скорость движения вдоль кривой
 - Локальное поведение поверхности и т.д.
- Связь локальных свойств с глобальными
- Всевозможные соотношения и развитие дифференциальной геометрии многообразий

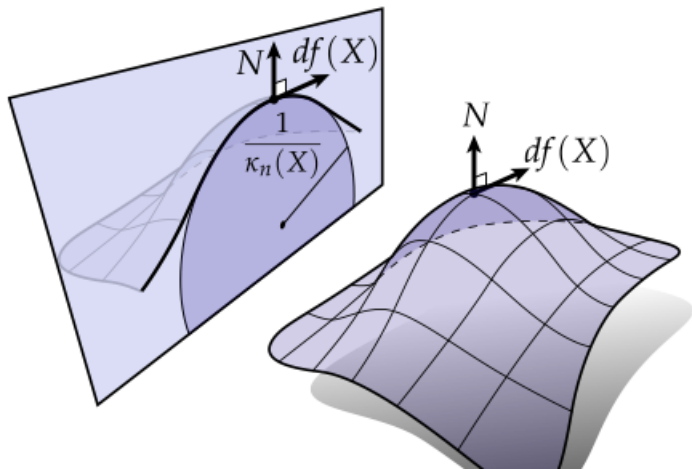


Дискретная дифференциальная геометрия – 21 век

- Никаких больше бесконечностей и производных!
- Все выражается в терминах углов, длин, объемов и т.д.
- Но соблюдение многих «гладких» принципов!
- Развитие Computer Science в 21 веке.

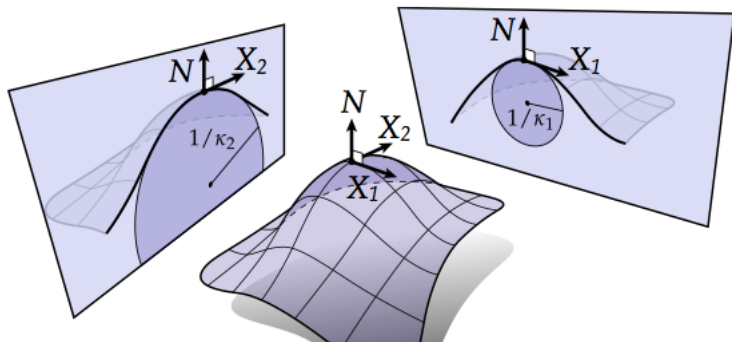
Кривизна нормального сечения поверхности

Насколько поверхность "кривая" вдоль направления?



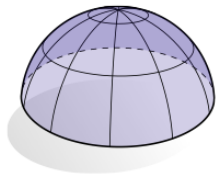
Главные кривизны

Есть две экстремальных нормальных кривизны!

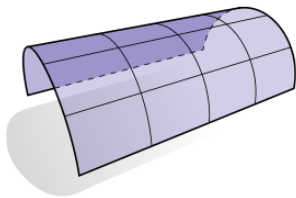


Гауссова и средняя кривизны

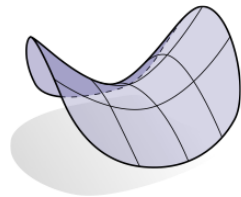
$$K := k_1 k_2, \quad H = k_1 + k_2$$



$$K > 0$$



$$K = 0$$

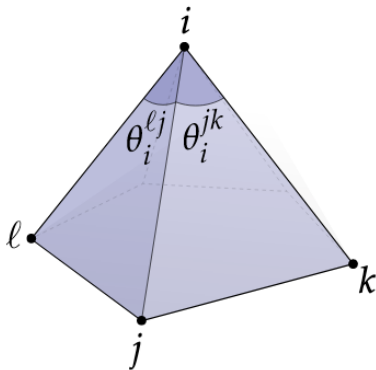


$$K < 0$$

Дискретные кривизны

Например, угловой дефект (тоже удовлетворяет великой теореме Гаусса – Боннэ!):

$$\Omega_i := 2\pi - \sum_{ijk} \theta_i^{jk}$$



Организация курса

- Страница курса:
<https://nvbogachev.netlify.app/teaching/gcs21f>
- Связь: по почте nvbogach@mail.ru
- Лекции: слайды и, возможно, конспекты!
- Семинары: листочки с задачами
- Лабораторные работы: Python ...
- 2 контрольные работы

Общий план (лекции + семинары + лабораторные)

- Гладкие кривые и поверхности
- Дискретные кривые и поверхности
- Внешние формы
- Дискретные внешние формы
- Лапласиан!
- Сглаживание и деформация

Список литературы:

[1] Keenan Crane — Discrete Differential Geometry: An Applied Introduction, 2018.

[2] А. О. Иванов, А. А. Тужилин — Лекции по классической дифференциальной геометрии, 2009, Москва, Логос.

Лекция 1, стр. 5 – 14

[3] А. И. Шафаревич — Курс лекций по классической дифференциальной геометрии, 2007, Москва, МГУ, Механико-математический факультет. *Лекция 1, стр. 3 – 10*